

DS n° 1 de Physique-Chimie – PTSI 1 et 2

2026-2027

Durée : 1 h — Calculatrices interdites

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

CONSIGNES :

Consignes issues de la Banque PT : les phrases en gris sont là à titre informatif et ne doivent pas être respectées pour ce DS.

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
 - L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est strictement interdit. Les surveillants et surveillantes se réservent le droit de les confisquer.
 - Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom, numéro inscription, date de naissance, le libellé du concours, le libellé de l'épreuve et la session. Une feuille, dont l'entête n'a pas été intégralement renseigné, ne sera pas prise en compte.
 - Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance. La présence d'une information d'identification en dehors du cartouche donnera lieu à un point de pénalité et la page concernée pourra être soustraite de la correction.
 - Dans les copies, toutes les questions, y compris celles qui ne sont pas traitées, seront numérotées dans l'ordre croissant. Une question non traitée sera laissée en blanc à la suite de son numéro.
 - Tout résultat donné dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le ou la candidat(e).
 - Les résultats numériques exprimés sans unité ou avec une unité fausse ne seront pas comptabilisés.
-

Exercice 1 : niveau d'eau dans un seuil (environ 10 minutes)

Un seuil est un petit barrage déversant (au-dessus duquel l'eau peut passer) placé en travers d'un cours d'eau (figure 1). Il permet de réguler le débit d'un cours d'eau et de le mesurer. On s'intéresse à la relation entre le débit volumique d'eau par-dessus le seuil Q (en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$) et les différents paramètres du problème. On note ℓ la largeur du cours d'eau, h le niveau de l'eau au-dessus du seuil et $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ l'intensité de la pesanteur.

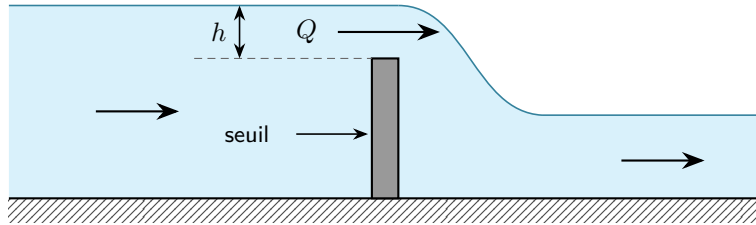


Figure 1: Schéma d'un seuil. L'eau s'écoule par-dessus la crête avec un débit volumique Q .

Dans la suite, on fait l'hypothèse que le débit volumique Q est directement proportionnel à la largeur ℓ du cours d'eau. On cherche donc Q sous la forme

$$Q = k \ell h^\alpha g^\beta,$$

où k est une constante sans dimension et α et β sont deux réels.

Aide au calcul : $\sqrt{3} \simeq 1,73$.

- 1 . Déterminer les valeurs de α et β .

On note L et T les dimensions de longueur et de temps. Un débit volumique est un volume par unité de temps, donc :

$$\dim(Q) = L^3 T^{-1} \quad \dim(\ell) = \dim(h) = L \quad \dim(g) = L T^{-2}$$

Comme k est sans dimension, l'équation aux dimensions s'écrit :

$$\dim(Q) = \dim(\ell) \dim(h)^\alpha \dim(g)^\beta = L \times L^\alpha \times (L T^{-2})^\beta = L^{1+\alpha+\beta} T^{-2\beta}$$

Par identification des exposants :

■ sur T : $-2\beta = -1$, d'où $\beta = \frac{1}{2}$;

■ sur L : $1 + \alpha + \beta = 3$, d'où $\alpha = 2 - \beta$, soit $\alpha = \frac{3}{2}$.

On obtient donc $Q = k \ell h^{3/2} g^{1/2} = k \ell \sqrt{g h^3}$.

1 $\dim(Q) = L^3 T^{-1}$ et $\dim(g) = L T^{-2}$

1 écriture de l'équation aux dimensions

1 $\beta = 1/2$

1 $\alpha = 3/2$

- 2 . Lors d'une crue, le niveau d'eau h au-dessus du seuil est le triple de son niveau moyen. Quel est le facteur de proportionnalité entre le débit de la rivière en crue et son débit moyen ?

La largeur ℓ du cours d'eau et l'intensité de la pesanteur g ne changent pas : à ces paramètres fixés, $Q \propto h^{3/2}$. Avec $h_{\text{crue}} = 3 h_{\text{moy}}$:

$$\frac{Q_{\text{crue}}}{Q_{\text{moy}}} = \left(\frac{h_{\text{crue}}}{h_{\text{moy}}} \right)^{3/2} = 3^{3/2} = 3\sqrt{3}$$

$$\text{A.N. : } \frac{Q_{\text{crue}}}{Q_{\text{moy}}} = 3 \times 1,73 \simeq 5,2$$

Tripler le niveau d'eau au-dessus du seuil multiplie le débit par plus de 5 : c'est la forte non-linéarité de cette loi qui rend les crues si brutales.

1 $Q \propto h^{3/2}$ (ℓ et g inchangés)

1 facteur $3^{3/2}$

1 A.N. $\simeq 5,2$ (sans unité : c'est un rapport)

Exercice 2 : modélisation du halo solaire (environ 50 minutes)

Données numériques :

Indice optique de l'air : $n_a = 1,00$ Indice optique de la glace : $n_g = 1,31$

Aide aux calculs : $\arcsin\left(\frac{1}{1,31}\right) = 49,8^\circ$; $\arcsin(0,655) = 40,9^\circ$

I. La réfraction de la lumière

3 . On considère un milieu TLHI : transparent, linéaire, homogène et isotrope. Définir ces quatre termes.

- **Transparent** : le milieu n'absorbe pas la lumière ; l'onde s'y propage sans atténuation notable de son énergie.
- **Linéaire** : la réponse du milieu est proportionnelle à l'excitation lumineuse ; le principe de superposition s'applique et la fréquence de l'onde n'est pas modifiée.
- **Homogène** : les propriétés optiques du milieu (donc son indice n) sont les mêmes en tout point.
- **Isotrope** : les propriétés optiques sont les mêmes dans toutes les directions de l'espace.

2 0,5 par définition correcte. Confusion homogène/isotrope : 0 aux deux.

4 . Exprimer l'indice optique n de ce milieu en fonction de la célérité v de la lumière dans ce milieu et de la célérité c de la lumière dans le vide.

$$n = \frac{c}{v}$$

1 expression

Comme $v \leq c$ dans un milieu matériel, on a toujours $n \geq 1$. L'indice est une grandeur sans dimension.

5 . Rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes.

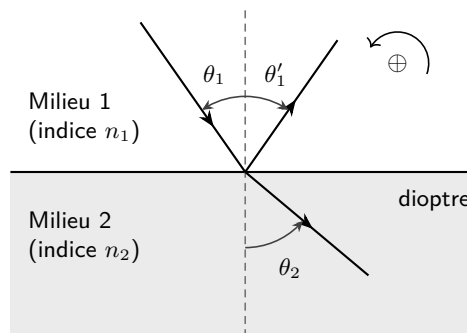


Figure 2: Réflexion et réfraction de la lumière par un dioptre.

Lois communes : les rayons réfléchi et réfracté appartiennent au *plan d'incidence* (plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre au point d'incidence) ; ils sont de part et d'autre de la normale.

1 plan d'incidence

Loi de la réflexion : $\theta'_1 = \theta_1$ en valeur absolue. Avec la convention d'orientation de la figure (sens trigonométrique, chaque angle étant lu de la normale vers le rayon), cette loi s'écrit algébriquement $\theta'_1 = -\theta_1$. C'est la forme non algébrique qui est utilisée dans tout le sujet.

1 loi de la réflexion

Loi de la réfraction : $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

1 loi de la réfraction

6 . Montrer que, dans le cas où $n_2 < n_1$, si θ_1 est supérieur à une valeur θ_{lim} , l'énergie véhiculée par le rayon incident est totalement réfléchi par le dioptre. Exprimer θ_{lim} en fonction de n_1 et n_2 . Nommer cette situation.

La loi de la réfraction donne $\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$. Comme $n_2 < n_1$, on a $\frac{n_1}{n_2} > 1$ donc $\sin \theta_2 > \sin \theta_1$: le rayon réfracté s'écarte de la normale. Le rayon réfracté n'existe que si cette équation admet une solution, c'est-à-dire si

$$\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \leq 1 \iff \sin \theta_1 \leq \frac{n_2}{n_1}$$

Il existe donc un angle limite $\theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ tel que, pour $\theta_1 > \theta_{lim}$, **aucun rayon réfracté n'existe**. L'énergie incidente ne pouvant être ni transmise ni absorbée (milieu transparent), elle repart intégralement dans le milieu 1 via le rayon réfléchi. C'est le phénomène de **réflexion totale**.

1 $\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$ et discussion

1 condition $\sin \theta_2 \leq 1$ et expression de θ_{lim}

1 nom : réflexion totale

- 7 . Dans le cas d'un dioptre séparant la glace d'indice n_g (milieu 1) de l'air d'indice n_a (milieu 2), donner l'expression de cet angle θ_{lim} , puis sa valeur en degrés.

$$\theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_a}{n_g}\right)$$

$$\text{A.N. : } \theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{1,00}{1,31}\right) = \underline{49,8^\circ}$$

0.5 expression littérale

0.5 A.N. $49,8^\circ$

II. Le halo solaire

Le halo solaire, ou anthélie, est un phénomène optique atmosphérique qui ressemble à un arc-en-ciel circulaire (figure 3 à gauche). Il apparaît sous la forme d'un cercle coloré dont le soleil occupe le centre. L'objectif de cette sous-partie est la détermination du rayon angulaire du halo (angle au sommet du cône représenté sur la figure 3 à droite).

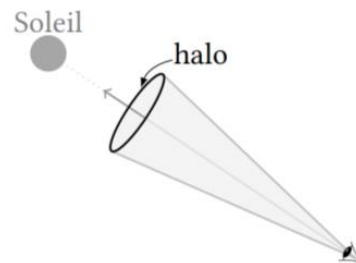


Figure 3: Halo solaire. À gauche, photographie d'un halo solaire. À droite, géométrie du halo solaire : le halo apparaît sous la forme d'un cercle lumineux intense centré sur l'axe qui relie l'œil de l'observateur au Soleil.

Le halo est dû à la réfraction de la lumière issue du soleil par de petits cristaux de glace en forme de bâtonnets. Les plus petits de ces cristaux (dont la taille peut être inférieure à $20\text{ }\mu\text{m}$) ont un mouvement erratique provoqué par le choc des molécules qui constituent l'air ; ils ont donc **toutes les orientations possibles** dans l'espace. Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la déviation des rayons lumineux, on peut modéliser la réfraction de la lumière issue du soleil par l'ensemble de ces cristaux par la réfraction de la lumière par un seul cristal en considérant un **angle d'incidence variable**.

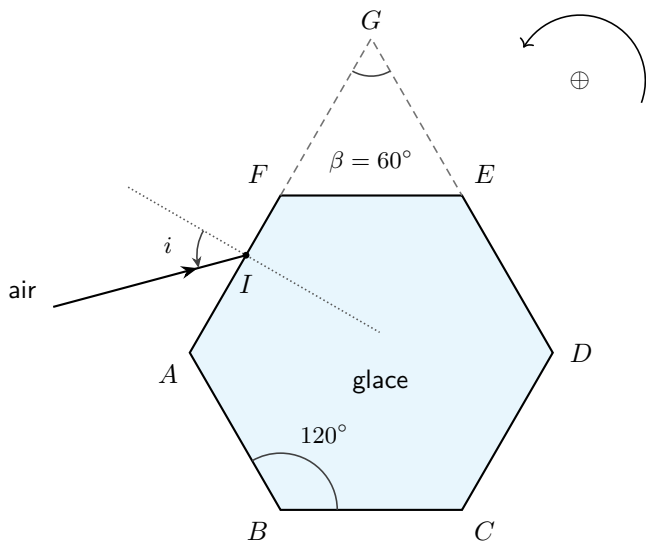
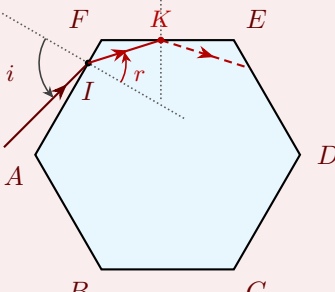


Figure 4: Représentation de la section droite d'un cristal de glace et d'un rayon lumineux incident sur la face (AF) du cristal.

La figure 4 donne la représentation de la section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier (ABCDEF). Un rayon lumineux incident, contenu dans le plan de cette section, atteint la face (AF) en un point I avec un angle d'incidence variable i . On étudie la déviation de ce rayon lumineux par le cristal. Selon la valeur de cet angle d'incidence i , trois cas d'étude vont se présenter : le rayon réfracté dans le cristal de glace ira soit rencontrer la face (EF), la face (ED) ou la face (CD).

- 8 . Nous allons commencer par étudier le cas où le rayon lumineux réfracté dans le cristal a ensuite un point d'incidence sur le dioptré (FE). Compléter le **schéma n°1** en annexe en dessinant qualitativement le rayon lumineux réfracté dans ce premier cas.



Le rayon se rapproche de la normale en entrant dans le milieu le plus réfringent ($n_g > n_a$), du même côté de la normale que le rayon incident. Il rencontre ensuite la face (FE) en un point noté K. En pointillés, la trajectoire après réflexion totale sur (FE) (cf. question 10).

1 tracé correct du réfracté sur l'annexe

- 9 . Sur le premier dioptré air-cristal au point I, donner l'intervalle possible pour l'angle de réfraction.

L'angle d'incidence peut prendre toutes les valeurs $i \in [0^\circ ; 90^\circ]$. La loi de la réfraction en I s'écrit $n_a \sin i = n_g \sin r$, soit

$$\sin r = \frac{\sin i}{n_g} \leq \frac{1}{1,31} \quad \Rightarrow \quad r \in [0^\circ ; 49,8^\circ]$$

On remarque que r reste *toujours* inférieure à θ_{lim} , et ce pour tout rayon entrant dans le cristal.

1 $i \in [0; 90^\circ]$ exploité
1 $r \in [0; 49,8^\circ]$

- 10 . Justifier que ce rayon lumineux réfracté dans le cristal ne peut pas sortir du cristal par cette face (EF).

Dans le triangle FIK : l'angle en F vaut 120° (angle intérieur de l'hexagone régulier) et celui en I vaut $90^\circ - r$ (complémentaire de r). L'angle en K entre le rayon et la face (FE) vaut donc $180^\circ - 120^\circ - (90^\circ - r) = r - 30^\circ$, d'où l'angle d'incidence i_2 sur (FE) , mesuré depuis la normale :

$$i_2 = 90^\circ - (r - 30^\circ) = 120^\circ - r \quad \text{et} \quad r \leq 49,8^\circ \Rightarrow i_2 \geq 70,2^\circ > \theta_{lim}$$

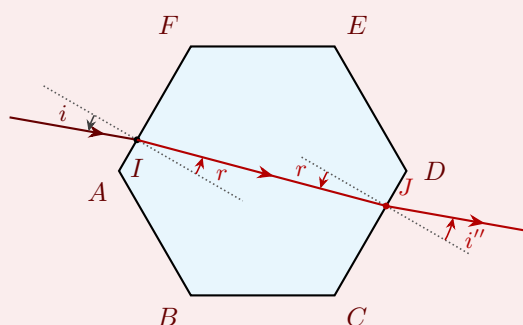
La condition de réflexion totale est **toujours** vérifiée sur (EF) : le rayon ne peut pas sortir par cette face, il est intégralement réfléchi et poursuit sa route dans le cristal.

1 géométrie : $i_2 = 120^\circ - r$

1 comparaison à θ_{lim} avec le résultat de la question 9

1 conclusion : réflexion totale

- 11 . Nous considérons maintenant le cas où le rayon réfracté dans le cristal de glace rencontre la face (CD) . Compléter le **schéma n°2** en annexe afin de dessiner qualitativement le chemin emprunté par le rayon lumineux. Justifier qu'un rayon lumineux qui émerge par la face (CD) est parallèle au rayon lumineux incident et n'est donc pas dévié par le cristal de glace.



1 schéma correct (rayon émergeant parallèle à l'incident)

1 faces (AF) et (CD) parallèles $\Rightarrow$ même angle r

1 $i'' = i$ démontré $\Rightarrow \delta = 0$, lame à faces parallèles

Dans un hexagone régulier, les faces (AF) et (CD) sont **parallèles** : leurs normales sont donc parallèles. Le rayon réfracté fait l'angle r avec la normale en I , il fait donc le **même angle** r avec la normale en J (angles alternes-internes).

Comme $r \leq 49,8^\circ = \theta_{lim}$ (question 9), il n'y a pas réflexion totale en J : le rayon peut sortir. La loi de la réfraction en J donne

$$n_g \sin r = n_a \sin i'' \quad \text{or en } I : \quad n_a \sin i = n_g \sin r$$

d'où $\sin i'' = \sin i$, soit $i'' = i$.

Le rayon émergeant fait avec la normale en J le même angle que le rayon incident avec la normale en I , et du même côté : il est donc **parallèle au rayon incident**. La déviation est nulle ($\delta = 0$) : le cristal se comporte ici comme une **lame à faces parallèles**, qui translate le rayon sans le dévier.

On considère enfin le cas où le rayon réfracté dans le cristal de glace émerge (sort) par la face (DE) . Les faces (AF) et (DE) sont analogues aux faces d'un prisme de sommet G , d'angle au sommet β égal à 60° et d'indice optique égal à celui de la glace, à savoir n_g (voir figure 5).

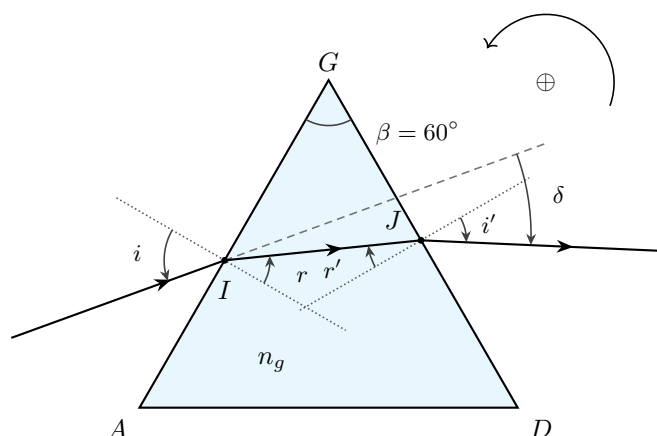


Figure 5: Déviation du rayon lumineux incident par le prisme (ADG) d'indice optique n_g .

Les différents angles sont définis sur la figure 5. On note δ l'angle qui mesure la déviation du rayon incident après sa traversée du prisme.

12 . Donner les relations qui lient i , r et n_g d'une part ; i' , r' et n_g d'autre part.

Loi de la réfraction de Snell-Descartes appliquée aux deux dioptries (l'air est d'indice $n_a = 1,00$) : entrée en I : $\sin i = n_g \sin r$ sortie en J : $\sin i' = n_g \sin r'$	1 relation en I et en J
--	--

13 . Établir que : $\beta = r + r'$ et que $\delta = i - r - r' + i'$. Vous pouvez vous aider du **schéma n°3** sur l'annexe.

Relation $\beta = r + r'$: on considère le triangle $G I J$. Les normales aux faces étant perpendiculaires à celles-ci, l'angle du triangle en I vaut $90^\circ - r$ et l'angle en J vaut $90^\circ - r'$. La somme des angles d'un triangle valant 180° : $\beta + (90^\circ - r) + (90^\circ - r') = 180^\circ$ $\Rightarrow \quad \boxed{\beta = r + r'}$ Relation sur δ : à chaque dioptre, le rayon est dévié par rapport à sa direction d'incidence. ▪ en I, la déviation vaut $i - r$; ▪ en J, la déviation vaut $i' - r'$; Ces deux déviations s'effectuent dans le même sens (vers la base du prisme), elles s'ajoutent : $\boxed{\delta = (i - r) + (i' - r') = i - r - r' + i'}$ soit, avec $\beta = r + r'$: $\delta = i + i' - \beta$	1 angles $90^\circ - r$ et $90^\circ - r'$ dans le triangle $G I J$ 1 somme des angles $\Rightarrow \beta = r + r'$ 1 déviations $i - r$ et $i' - r'$ à chaque dioptre 1 addition des deux déviations
---	---

14 . La figure 6 montre les variations de la valeur absolue de la déviation $|\delta|$ en fonction de l'angle d'incidence. On constate l'existence d'une valeur minimale dont on admet qu'elle est obtenue lorsque $i = i'$. En déduire que dans cette configuration : $r = \beta/2$ et $\sin i = n_g \sin(\beta/2)$.

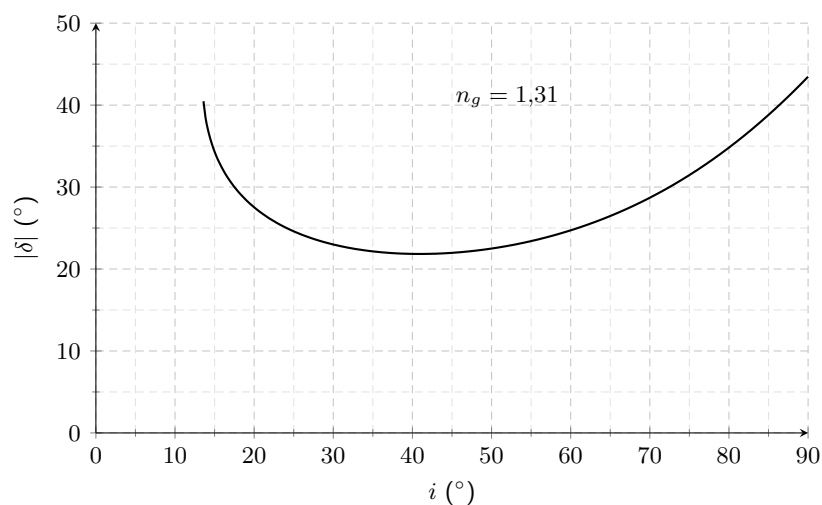


Figure 6: Valeur absolue de la déviation du rayon lumineux en fonction de l'angle d'incidence.

D'après la question 13, $\delta = i + i' - \beta$.

Si $i = i'$, alors $\sin i = \sin i'$, donc d'après la question 12, $n_g \sin r = n_g \sin r'$, c'est-à-dire $r = r'$ (les angles sont dans $[0^\circ; 90^\circ]$, domaine sur lequel le sinus est bijectif).

En reportant dans $\beta = r + r' = 2r$:

$$r = \frac{\beta}{2} = 30^\circ$$

et la relation de la question 12 en I donne alors :

$$\sin i = n_g \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

A.N. : $\sin i = 1,31 \times \sin 30^\circ = 1,31 \times 0,5 = 0,655$ donc $i = 40,9^\circ$, ce qui est cohérent avec la position du minimum lu sur la figure 6.

1 $i = i' \Rightarrow r = r'$ (justifié)

1 $r = \beta/2$

1 $\sin i = n_g \sin(\beta/2)$

15 . Par lecture graphique, donner approximativement la valeur minimale de $|\delta|$.

Le minimum de la courbe est obtenu pour $i \approx 41^\circ$ et vaut

1 $|\delta|_{min} \approx 22^\circ$ (tolérance 21–23°)

$$|\delta|_{min} \approx 22^\circ$$

Vérification par le calcul (hors barème) : $\delta_{min} = 2i - \beta = 2 \times 40,9^\circ - 60^\circ = 21,8^\circ$.

16 . Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière (le halo solaire) dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de 22° autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil.

Les cristaux ayant toutes les orientations possibles, **tous les angles d'incidence i sont réalisés** simultanément dans le ciel, et ce de façon uniforme.

1 minimum de déviation : $d\delta/di = 0$, accumulation / intérieur sombre

Deux arguments expliquent alors l'accumulation :

- **Aucun rayon n'est dévié de moins de 22°** : la déviation admet un minimum. L'intérieur du halo est donc sombre.
- **Au voisinage du minimum**, $\frac{d\delta}{di} = 0$: la courbe $|\delta|(i)$ est très plate autour de $i \approx 41^\circ$. Un large intervalle d'angles d'incidence (donc un grand nombre de cristaux) conduit à une déviation $\delta \approx 22^\circ$. L'énergie lumineuse s'accumule dans cette direction.

Enfin, le problème est **invariant par rotation** autour de l'axe œil–Soleil : toutes les directions faisant un angle de 22° avec cet axe sont équivalentes. L'ensemble de ces directions forme un **cône de demi-angle au sommet 22°** , que l'observateur voit comme un cercle lumineux centré sur le Soleil.

17 . L'indice optique de la glace est une fonction décroissante de la longueur d'onde (loi de Cauchy). On observe que le halo solaire est irisé (l'irisation est la production des couleurs de l'arc en ciel par décomposition de la lumière du soleil) : de l'intérieur vers l'extérieur du halo, les couleurs observées varient du rouge au bleu. Expliquer, et préciser si les résultats établis précédemment sont en accord avec cette observation.

La lumière solaire est **polychromatique** et l'indice de la glace dépend de la longueur d'onde : le cristal est un milieu **dispersif**. Chaque radiation est donc déviée différemment.

D'après les questions 14 et 15, la déviation minimale vaut

$$\delta_{min} = 2i - \beta = 2 \arcsin \left(n_g \sin \frac{\beta}{2} \right) - \beta$$

La fonction arcsin étant croissante, δ_{min} est une **fonction croissante de n_g** .

Or n_g décroît avec λ (Cauchy), et $\lambda_{rouge} > \lambda_{bleu}$, donc :

$$n_g(\text{rouge}) < n_g(\text{bleu}) \quad \implies \quad \delta_{min}(\text{rouge}) < \delta_{min}(\text{bleu})$$

Le rouge est donc **moins dévié** que le bleu : il apparaît plus près de la direction du Soleil, c'est-à-dire sur le **bord intérieur** du halo, le bleu se retrouvant à l'extérieur.

Ceci est bien en accord avec l'observation décrite dans l'énoncé.

1 milieu dispersif, $n_{rouge} < n_{bleu}$

1 δ_{min} croissante avec n_g

Barème global du DS : 38 points

Exercice 1 : 7 pts. Exercice 2 : 31 pts (partie I : 10 pts – partie II : 21

pts).

ANNEXE – à rendre avec la copie

NOM : Prénom : Classe :

Schéma n°1
(question 8)

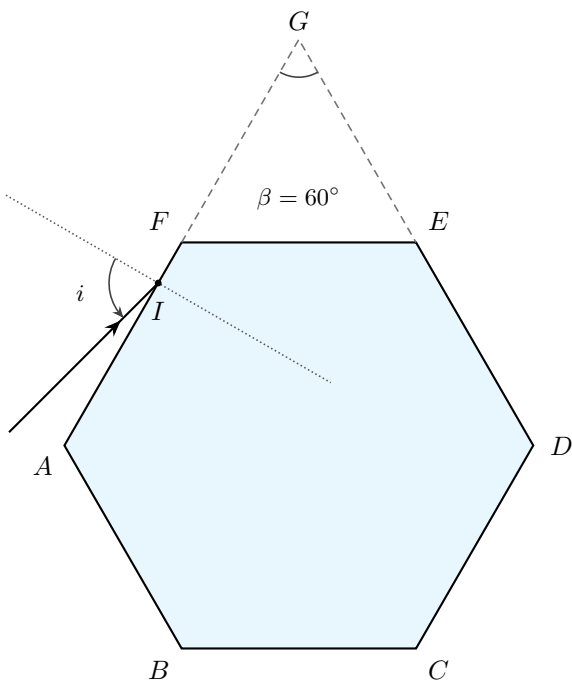


Schéma n°2
(question 11)

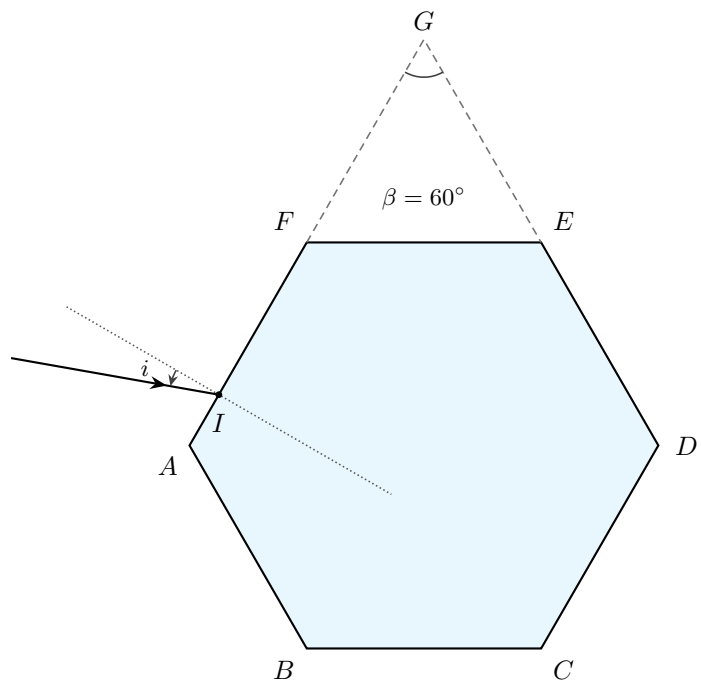


Schéma n°3 (question 13)

